

文章编号: 1000-7598 (2011) 07-2029-05

基于统计损伤的井壁坍塌压力模型

邱 康, 陈 勉, 金 衍

(中国石油大学(北京)油气资源与探测国家重点实验室, 北京 102249)

摘 要: 目前在计算油气井壁坍塌压力时, 通常采用摩尔-库仑准则, 该准则没有考虑中间应力对岩石破坏过程的影响, 计算结果比较保守, 限制了低密度钻井液发展。针对这一情况, 考虑岩石破坏过程中的损伤, 基于统计损伤原理, 对统一强度准则进行了修正, 并利用修正后的强度准则建立了新的井壁坍塌压力模型。结果表明, 修正后的统一强度准则能更好地模拟岩石强度, 利用该准则建立的井壁坍塌模型计算出的坍塌压力比传统的摩尔-库仑准则低, 准确率更高。

关 键 词: 损伤力学; 统一强度准则; 准则修正; 坍塌压力; 井壁

中图分类号: TD 325

文献标识码: A

Model of well casing collapse pressure based on statistical model of rock damage

QIU Kang, CHEN Mian, JIN Yan

(State Key Laboratory of Petroleum Resources and Prospecting, China University of Petroleum, Beijing 102249, China)

Abstract: At present, the Mohr-Coulomb criterion is usually used to calculate well casing collapse pressure in oil and gas wells. Since this criterion doesn't take the impact of the intermediate stress in rock failure process into consideration, the calculated result is conservative and hence limits the development and application of low-density drilling fluid. For this situation, it is often advisable to apply the unified strength criterion. In this paper, the unified strength criterion is adopted and modified, based on the statistical damage theory and the damage condition during the process of rock failure. In addition, a new model of well casing collapse pressure calculation is established by using the modified unified strength criterion. It is indicated that the modified unified strength criterion is capable to simulate rock strength with higher accuracy. The calculated collapse pressure using the new model of well casing collapse pressure calculation is lower than that when applying conventional Mohr-Coulomb criterion and the accuracy is higher.

Key words: damage mechanics; unified strength criterion; modified criteria; collapse pressure; well casing

1 引 言

对于油气井工程, 在判断岩石的压剪破坏时通常采用摩尔-库仑准则, 但井周岩石往往埋深大, 摩尔-库仑准则不再适用^[1]。虽然对岩石力学强度准则已进行了非常多的研究, 但对于深部岩层(>2 000 m)的适用性缺乏深入研究。统一强度准则^[2-4]是 20 世纪 80 年代发展起来的一种强度准则, 它较好地反映了中间应力对岩石强度的影响, 是一种包含了多种强度准则的联合式准则, 能够较好地反映岩石破坏规律, 在工程上得到了越来越广泛的应用。但是统一强度准则仍然是从宏观角度考虑应力与破坏的关

系, 没有考虑到破坏演化过程。1976 年皮萨林科^[5]提出在计算强度时引入统计特征函数是合适的。唐春安等^[6]研究了孔隙等缺陷的概率分布与损伤变量之间的关系, 他认为岩石内部存在的孔隙等缺陷受到外载荷的时候会繁衍发展, 最终形成宏观裂纹。这些缺陷的分布可能是随机的、相互独立的, 但是平均密度又是稳定的, 并在此基础上建立了岩石破坏全过程的损伤本构方程。曹文贵等^[7]利用统计损伤力学修正了 Drucker-Prager 准则, 并且验证了修正后的 Drucker-Prager 准则准确度更好。本文利用统计损伤力学修正了统一强度准则, 并在此基础上建立了油气井坍塌压力模型。

收稿日期: 2010-11-16

基金项目: “973” 计划 (No. 2010CB226701); 教育部新世纪优秀人才支持计划 (No. NCET-08-0840)。

第一作者简介: 邱康, 男, 1983 年生, 博士研究生, 主要从事岩石力学、井壁稳定及出砂研究。E-mail: 174431981@qq.com

2 坍塌压力模型建立

2.1 破坏准则修正

损伤力学是近 30~40 年发展起来的研究岩石破坏的新兴学科^[8-12]。目前,研究岩石损伤本构关系主要有两种途径:一是通过试验研究,假定岩石在荷载下损伤变量和应力-应变服从某种关系,从而回归损伤本构模型;其二是从岩石微元强度随机分布的特点出发,建立损伤变量和应力-应变状态的关系,从而建立岩石损伤本构方程。利用第 2 种方法建立反映岩石损伤模型,其关键在于岩石微元强度的确定,已有很多学者基于不同的强度准则建立了岩石破坏全过程的本构方程^[13]。

依据 Lemaitre 应变等价性理论建立的岩石损伤本构方程为

$$[\sigma^*] = [\sigma] / (1 - D) \quad (1)$$

式中: $[\sigma^*]$ 为有效应力矩阵; $[\sigma]$ 为名义应力矩阵; D 为损伤变量。

由于岩石是一种非均匀受力材料,内含大量随机分布的孔隙、空洞、界面等缺陷,在外荷载作用下,岩石微元的破坏是随机的,破坏微元数 N_f 与微元总数 N 的比例定义为损伤变量 D , 即 $D = N_f / N$ 。设岩石微元的破坏概率随岩石微元强度 F^* 的分布密度为 $P[F^*]$, 则可将岩石统计损伤变量表述为

$$D = \int_{\infty}^{F^*} P[F^*] dx \quad (2)$$

目前,微元强度的确定方法研究较多,主要集中在两个方面:一是不同的准则,二是不同的微元分布模型。曹文贵等^[7]基于 Drucker-Prager 准则确定了微元强度,并建立了三维岩石损伤演化方程和岩石损伤软化本构方程,随后又从探讨基于摩尔-库仑准则的新的岩石微元强度表示方法,建立了反映岩石破裂全过程的损伤软化统计本构模型。

本文拟采用统一强度准则,对于统一强度理论,微元强度(仅考虑压缩情况)可以表示为

$$F^* = \frac{E\varepsilon_1}{\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)} \left[\frac{1}{1+b} (\sigma_1 + b\sigma_2) - \alpha\sigma_3 \right], \quad \sigma_2 > \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad (3)$$

$$F^* = \frac{E\varepsilon_1}{\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)} \left[\sigma_1 - \frac{\alpha}{1+b} (b\sigma_2 + \sigma_3) \right], \quad \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad (4)$$

式中: σ_1 、 σ_2 、 σ_3 分别为最小、中间及最大主应

力;对于平面应变问题, $\sigma_2 = \frac{n}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$ 或者可以等于上覆岩层压力; b 为材料参数,通常砂岩取 0.3~0.5,灰岩取 0.5,花岗岩取 1; α 为拉压比; E 为弹性模量; ε_1 为最大主应力方向的应变; μ 为泊松比。

以下讨论仅以 $\sigma_2 > \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$ 情况为例,而 $\sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$ 情况可通过相同方法求得。

对岩石损伤演变过程作如下假设^[7]: ①材料性质宏观上各向同性,其损伤也为各向同性;②岩石微元破坏前服从虎克定律,为线弹性体;③各微元强度服从 Weibull 分布,其概率密度函数为

$$P[F^*] = \frac{m}{F_0} \left(\frac{F^*}{F_0} \right)^{m-1} \exp \left[- \left(\frac{F^*}{F_0} \right)^m \right] \quad (5)$$

式中: m 、 F_0 为 Weibull 分布参数,它们反映了岩石材料的力学参数。

$$D = \int_{\infty}^{F^*} P[F^*] dx = 1 - \exp \left[- \left(F^* / F_0 \right)^m \right] \quad (6)$$

由式(1)可得

$$\varepsilon_1 = \left[\sigma_1^* - \mu(\sigma_2^* + \sigma_3^*) \right] / E \quad (7)$$

式中: σ_1^* 、 σ_2^* 、 σ_3^* 分别为最小、中间及最大有效主应力。

$$\text{或者 } 1 - D = \left[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \right] / (E\varepsilon_1) \quad (8)$$

$$\sigma_1^* = \sigma_1 / (1 - D) \quad (9)$$

对式(9)取全微分:

$$d\sigma_1 = \frac{\partial \sigma_1}{\partial \varepsilon_1} d\varepsilon_1 + \frac{\partial \sigma_1}{\partial \varepsilon_2} d\varepsilon_2 + \frac{\partial \sigma_1}{\partial \varepsilon_3} d\varepsilon_3 \quad (10)$$

式中: ε_1 、 ε_2 、 ε_3 为主应变。

求 σ_1 的极值^[7], 令 $\frac{\partial \sigma_1}{\partial \varepsilon_1} = 0$, 可得

$$H_1 + H_2 \frac{\partial F^*}{\partial \varepsilon_1} = 0 \quad (11)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= E(1 - D) \\ H_2 &= -E\varepsilon_1 \frac{m}{F_0} \left(\frac{F^*}{F_0} \right)^{m-1} \exp \left[- \left(\frac{F^*}{F_0} \right)^m \right] \\ \frac{\partial F^*}{\partial \varepsilon_1} &= \frac{S_j}{\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)} E \\ S_j &= \frac{1}{1+b} (\sigma_1 + b\sigma_2) - \alpha\sigma_3 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

利用式(9)可以将式(11)整理为

$$1 - \frac{1}{(1-D)^2} P(F^*) S_J = 0 \quad (13)$$

利用式(6)求导可得

$$\frac{\partial D}{\partial F^*} = P(F^*) \quad (14)$$

将式(9)代入式(3)、(4)可得

$$F^* = S_J / (1-D) \quad (15)$$

综合式(13)~(15), 并积分可得

$$\frac{F^*}{1-D} = g \quad (16)$$

研究表明^[10], 积分常数项 g 是中间应力(围岩) σ_3 的函数, 本质上可以认为是统一强度准则对应的岩石有效强度(相对于试验或者现场表现出来的实际强度)。

将式(16)代入式(15)中, 可以得到修正后的统一强度准则:

$$S_J = \frac{1}{1+b} (\sigma_1 + b\sigma_2) - \alpha\sigma_3 = g_1(\sigma_3) \quad (17)$$

同样, 可以推导出 $\sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$ 情况时的修正准则:

$$\sigma_1 - \frac{\alpha}{1+b} (b\sigma_2 + \sigma_3) = g_2(\sigma_3), \quad \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad (18)$$

本文利用试验回归方法回归 $g(\sigma_3)$ 的线性表达式。

$$g(\sigma_3) = m\sigma_3 + n \quad (19)$$

利用深层砂岩拟三轴试验回归了相关参数。钻井过程中常见岩性参数见表1。图1为试验数据与修正后的摩尔-库仑准则及现在常用的摩尔-库仑准则的对比图, 可以看出, 修正后的统一强度准则更加符合实际值, 其值比摩尔-库仑准则计算的值大很多, 说明摩尔-库仑准则由于没有考虑中间应力的影响, 计算值低于岩石的实际抗压能力, 因此, 目前

建立在摩尔-库仑准则上的坍塌压力比实际值要大。

表1 钻井过程中常见岩性参数
Table 1 Basic rock parameters during drilling

岩性	$\sigma_2 > \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$		$\sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$	
	m_1	n_1	m_1	n_1
砂岩	2.315 6	68.114	1.641 6	73.299
灰岩	2.707 7	30.125	2.270 9	35.055

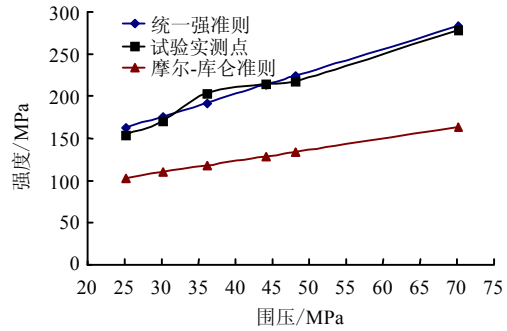


图1 修正后的统一强度准则与试验数据对比
Fig.1 Comparison between modified unified strength criterion and experimental data

2.2 坍塌压力模型

井眼开挖后, 井周应力重新分布, 会在井眼周围形成应力集中, 井周应力受到多种因素的影响, 其中包括原场地应力、井内压力、渗流、温度等。在考虑非均匀地应力场的情况下, 坍塌发生在最小主应力方向(90°与270°), 在考虑渗流的影响时, 最小地应力方向井壁上的应力为^[1]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= p_i + \phi(p_i - P_p) - \xi P_p \\ \sigma_\theta &= \eta(3\sigma_H - \sigma_h - p_i) + K(p_i - P_p) - \xi P_p \\ \sigma_z &= \sigma_V + K(p_i - P_p) + \mu(3\sigma_H - \sigma_h) - \xi P_p \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中: ξ 为有效应力系数; ϕ 为孔隙度; K 为渗透效应系数。

将式(20)代入修正后的统一强度准则式(17)、(18), 即可得到维持井壁稳定的临界井内压力。

当 $\sigma_z > \frac{\sigma_\theta + \sigma_r}{2}$ 时, 有:

$$p_i = \frac{(\eta + b\mu)(3\sigma_H - \sigma_h) - [(K + \xi)(1+b) - (\alpha + m)(1+\phi)(1+b)]P_p + b\sigma_V - (1+b)n}{\eta - K(1+b) + (\alpha + m)(1+\phi)(1+b)} \quad (21)$$

当 $\sigma_z \leq \frac{\sigma_\theta + \sigma_r}{2}$ 时, 有:

$$p_i = \frac{[(1+b)\eta - ab\mu](3\sigma_H - \sigma_h) - [(K + \xi)(1+b + ab) - (\xi + \phi)(\alpha + m + mb)]P_p - ab\sigma_V - (1+b)n}{(1+b)(1+\phi)m + (1+b)(\eta + K) + abK + \alpha(1+\phi)} \quad (22)$$

式中: η 为应力非线性修正系数, 一般取 0.95。

统一强度准则本质上是抗压、抗剪及抗拉准则的统一, 属于复合型的强度准则。 b 系数反映中间主剪应力以及相应面上的正应力对材料破坏影响程度的材料强度参数, b 与 α 取值决定了准则的实质类型^[14]。

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{1+\alpha-B}{b-1} \\ \alpha &= \frac{\sigma_t}{\sigma_c} = A \frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式中: B 为拉剪比, $B = \sigma_t / \tau_s$; A 为修正系数; φ 为岩石的内摩擦角。统一强度准则可以通过材料的力学性质和受力状态自动的调节强度准则。当 $b = 0$ 时, 即为摩尔-库仑准则; $b = 1$ 时为双剪强度准则, $\alpha = 1$ 为抗拉准则。在建立全井坍塌压力剖面时, 岩石的受力状态及材料特性可以通过测井资料计算, 利用该模型计算剖面时, 破坏准则可以随着岩石受力状态及材料特性而变化。因此, 该模型的准确度更高。

3 井壁垮塌压力实例

本文对修正后的统一强度准则进行了验证, 分别利用摩尔-库仑准则以及修正后的统一强度准则计算了 6 口井不同深度点的坍塌压力 (见表 2), 可以看出, 利用统一强度准则计算出的坍塌压力相对较低, 地层越深, 由 2 个准则计算出的坍塌压力差值越大。编号 4 的验证点明显与实用钻井液及现场情况不符合, 该点井壁为泥岩段, 可见该模型虽然考虑了损伤对岩石本构的影响以及中间应力对强度的影响, 但对岩石破坏后的残余强度、强化、弱化以及水化等其他因素引起的应力、强度变化考虑不足, 计算塑性岩石的坍塌压力可能过高。

表 2 现场应用
Table 2 Field application

编号	井深 /m	坍塌压力当量密度 /(g/cm ³)		实用钻井液 密度/(g/cm ³)	现场情况
		修正统一 强度准则	摩尔-库 仑准则		
1	4 531	1.080	1.113	1.20	无
2	4 768	1.261	1.295	1.25	扩径率为 30%
3	6 026	1.021	1.070	1.03	无
4	5 339	1.193	1.201	1.15	无
5	2 775	1.077	1.091	1.25	坍塌
6	2 372	1.112	1.115	1.15	无

4 结 论

(1) 基于统计损伤力学, 对统一强度准则进行了修正, 并且确定了相关的参数。试验证明, 修正后的统一强度准则更加符合岩石破坏规律。基于修正后的统一强度准则, 建立了坍塌压力模型,

(2) 通过现场验证可以看出, 利用修正后的统一强度准则建立的井壁坍塌模型更加符合实际情况, 其计算的坍塌压力要比摩尔-库仑准则低, 为现代低密度钻井液提供了理论支持。

(3) 由于该模型没有考虑岩石峰后的残余强度以及弱化、强化等因素, 所估算的塑性地层井筒坍塌压力可能比实际要高。

参 考 文 献

- [1] 陈勉, 金衍, 张广清. 石油工程岩石力学[M]. 北京: 石油大学出版社, 2008.
- [2] 徐栓强, 何晖, 俞茂宏. 用统一强度理论分析围岩含水水平软弱夹层竖井的稳定性[J]. 建井技术, 2005, 25(5): 28—30.
XUE Shuan-qiang, HE Hui, YU Mao-hong. Applying unified strength theory to vertical well stability analysis when well casing surrounding formation contains horizontal soft and weak interlayers[J]. *Mine Construction Technology*, 2005, 25(5): 28—30.
- [3] 咎月稳, 俞茂宏, 王思敬. 岩石的非线性统一强度准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(10): 1435—1441.
ZAN Yue-wen, YU Mao-hong, WANG Si-jing. Rock nonlinear unified strength criterion[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2002, 21(10): 1435—1441.
- [4] 咎月稳, 俞茂宏, 赵坚, 吉嶺充俊. 高应力状态下岩石非线性统一强度理论[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(13): 2143—2148.
ZAN Yue-wen, YU Mao-hong, ZHAO Jian, et al. Rock nonlinear unified strength theory under high stress state[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2002, 21(10): 1435—1441.
- [5] 皮萨科林, 列别杰夫. 复杂应力状态下的材料变形与强度[M]. 江明性译. 北京: 科学出版社, 1983.
- [6] 唐春安. 岩石破坏过程中的灾变[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1993.
- [7] 曹文贵, 赵明华, 刘成学. 基于统计损伤理论的德鲁克-普拉格岩石强度准则的修正[J]. 水利学报, 2004, (9): 10—21.

- CAO Wen-gui, ZHAO Ming-hua, LIU Cheng-xue. Modified Drucker-Prager strength criterion based on statistical damage theory for rock[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2004, (9): 10—21.
- [8] KACHANOV L M. Time of rupture process under creep condition[J]. **Tzv. Akad. Nauk. SSR., Otd. Tekh. Nauk.**, 1958, 8: 26—31.
- [9] RABOTNOV Y N. On the equations of state for creep[J]. **Progress in Applied Mechanics**, 1963, 178(3A): 307—315.
- [10] KRAJCINOVIC D, FONSEKA G U. The continuous damage theory of brittle material: general theory & part: uniaxial and plane response modes[J]. **Applied Mechanics**, 1981, 48(7): 809—524.
- [11] 谭云亮, 刘传孝, 赵同彬. 岩石力学非线性动力学初论[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 2008.
- [12] 张尧, 杨林德, 熊良宵. 基于双剪统一强度准则的岩石损伤本构模型[J]. 河北工程大学学报(自然科学版), 2008, 25(3): 24—25.
- ZHANG Rao, YANG Lin-de, XIONG Liang-xiao. Study on the statistical model of rock damage based on twin shear unified failure criterion[J]. **Journal of Hebei University of Engineering (Natural Science Edition)**, 2008, 25(3): 24—25.
- [13] 刘红岩, 王根旺, 刘国振. 以损伤变量为特征的岩石损伤理论研究进展[J]. 爆破器材, 2004, 33(6): 25—28.
- LIU Hong-yan, WANG Gen-wang, LIU Guo-zhen. Research development of rock damage theory characterized by damage variable[J]. **Explosive Materials**, 2004, 33(6): 25—28.
- [14] 廖红建, 吴建英, 黄飞强, 等. 用统一强度理论求解岩土材料的动力强度参数[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(12): 1995—2000.
- LIAO Hong-jian, WU Jian-ying, HUANG Fei-qiang, et al. Determination of dynamic strength parameters of geomaterials based on unified strength theory[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2003, 22(13): 1995—2000.

上接第 2028 页

- [3] 盛熠, 张鲁新, 杨成松, 等. 保温处理措施在多年冻土区道路工程中的应用[J]. 冰川冻土, 2002, 24(5): 618—622.
- SHENG Yu, ZHANG Lu-xin, YANG Cheng-song. Application of thermal-insulation treatment to roadway engineering in permafrost regions[J]. **Journal of Glaciology and Geocryology**, 2002, 24(5): 618—622.
- [4] 骆亚生, 李靖, 徐丽, 等. 掺土粉煤灰的工程性质试验研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(2): 67—71.
- LUO Ya-sheng, LI Jing, XU Li, et al. Study of engineering property of mixed-soil fly ash[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(2): 67—71.
- [5] 冯海宁, 杨有海, 龚晓南. 粉煤灰工程特性的试验研究[J]. 岩土力学, 2002, 23(5): 579—583.
- FENG Hai-ning, YANG You-hai, GONG Xiao-nan. Test research on engineering characteristic of fly ash[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2002, 23(5): 579—583.
- [6] 李时亮, 周全能. 粉煤灰作为路堤填料的动力特性试验研究[J]. 岩土力学, 2005, 26(2): 311—315.
- LI Shi-liang, ZHOU Quan-neng. Experimental research on dynamic properties of fly ash for embankment filling[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(2): 311—315.
- [7] 李长雨. 冻融循环对粉煤灰土动力特性影响的试验研究[D]. 长春: 吉林大学, 2007.
- [8] SUMIO HORIUCHI, MASATO KAWAGUCHI. Effective use of fly ash slurry as fill material[J]. **Journal of Hazardous Materials**, 2000, 76: 301—337.
- [9] 中华人民共和国水利部. GB/T50123—1999. 土工试验方法标准[S]. 北京: 中国计划出版社, 1999.
- [10] 南京水利科学研究所土工研究所. 土工试验技术手册[M]. 北京: 人民交通出版社, 2003: 157—175.
- [11] BOOMINATHAN A, HARI S. Liquefaction strength of fly ash reinforced with randomly distributed fibers[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2002, 22(4): 1027—1033.
- [12] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算[M]. 北京: 中国水利出版社, 1996: 523—532.